کاربرد مدل زنجیرهٔ مارکوف و توزیع نرمال در تعیین احتمال وقوع دوره‌های خشکی و ترسالی مشهد

پروین کهربائیان (مربی گروه آمار دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد، نویسنده مسؤول)
p.kahrobaeian@yahoo.com
انیس ایرانمنش (استادیار گروه آمار دانشگاه آزاد اسلامی واحدمشهد)
حسین محمدی (استاد اقلیم‌شناسی دانشگاه تهران)

چکیده

اصولاً هرگونه افزایش یا کاهش بارندگی در یک منطقه(نیمه خشک مانند مشهد) نسبت به شرایط طبیعی آن موجب خشکسالی یا حتی بروز سیلاب می‌شود و پیامدهای اقتصادی و اجتماعی در پی خواهند داشت. بنابراین آگاهی از توزیع احتمال بارندگی‌ها، زمینهٔ مناسبی را برای برنامه‌ریزی منابع آب و کنترل سیلاب و مدیریت خشکسالی فراهم می‌آورد. این آگاهی‌ها یا از طریق روش‌های دینامیکی و سینوپتیکی از مدل‌ها و روش‌های آماری میسر است. در این مقاله با استفاده از مدل مارکوف و توزیع نرمال، آمار بارندگی ایستگاه سینوپتیک مشهد طی دوره ۳۰ ساله مورد تحلیل آماری قرار گرفته است، تا بتوان پیش‌بینی دوره‌های خشکی و ترسالی را تعیین نمود. همچنین با استفاده از روش توزیع نرمال، داده‌های بارشی مورد تحلیل قرار گرفت و نتایج آن‌ها با میانگین بارندگی دوره مقایسه شد. نتایج کاربست این مدل آماری، آشکار نمود که احتمال خشکسالی‌ها و یا فصول خشک در مشهد رو به افزایش است و به عبارتی شدت و مدت خشکسالی‌ها در حال بیشتر شدن می‌باشد. اگرچه ممکن است مقدار بارش کلّ دورهٔ آماری تغییرات کمتری داشته، ولی تعداد روزهای بارشی به‌شدت در حال کاهش است و از ۷۵ روز در سال به ۴۷ روز کاهش یافته است. از طرف دیگر احتمال خشکی در فصول مرطوب افزایش خواهد یافت، به‌طوری‌که احتمال خشکسالی در فصل بهار ۴۰/۲ درصد و ترسالی آن ۲۳/۴ درصد خواهد بود. به این ترتیب احتمال وضعیت‌های خشکسالی به‌طور سالانه نیز به‌تدریج افزایش می‌یابد. آزمون χ^2 حکم بر برتری زنجیرهٔ مارکوف نسبت به توزیع نرمال در منطقه دارد. انتظار می‌رود که مدت و شدت خشکی‌ها در منطقه بیشتر خواهد شد و برنامه‌ریزان سرزمین و آمایشی باید با چنین شرایط اقلیمی به برنامه‌ها بپردازند.

کلیدواژه‌ها: خشکسالی، زنجیره مارکوف، توزیع نرمال بارش، روش‌های آماری، دوره‌های خشک و تر، مشهد.

تاریخ دریافت: ۱۳۹۱/۸/۳۰ تاریخ تصویب:۱۳۹۲/٤/۲٤

۱- مقدمه

در بسیاری از موارد وقوع رویدادهای جوّی مانند خشکسالی‌ها، ترسالی‌ها، سیلاب‌ها و بارش‌های تندری را نمی‌توان به‌طور قطع تعیین نمود؛ به همین دلیل در روش‌های آماری، آن‌ها را جزو فرایندهای تصادفی محسوب می‌کنند. این‌گونه پدیده‌های جوّی را به‌سادگی نمی‌توان با قطعیت پیش‌بینی کرد (عساکره،۵۶:۱۳۸۶)؛ ضمن اینکه هرگونه پیش‌بینی درست از این پدیده‌ها در صورتی امکان‌پذیر است که آگاهی و اطلاعات داده‌ای در مورد گذشتهٔ آن‌ها موجود باشد، مانند پیش‌بینی مقادیر بارش‌ها بر اساس آگاهی از داده‌های بارندگی گذشتهٔ یک ایستگاه. به‌طور کلّی پیش‌بینی پدیده‌های جوّی به دو صورت دینامیکی و آماری امکان‌پذیر است. در مدل‌های دینامیکی از قوامین فیزیکی استفاده می‌شود، ولی در مدل‌های آماری نه تنها بر فیزیک پدیده، بلکه بر تعیین ارتباط بین ورودی‌ها و خروجی‌ها تأکید می‌ورزند. بر اساس قوانین احتمالی، برخی پدیده‌ها احتمال وقوع بیشتری دارند و گاهی از بین n حالت ممکن تنها یکی از حالات می‌تواند رخ دهد(Akan & Houghtalen, 2005:9). پس این دسته از مدل‌ها، یعنی مدل‌های آماری، به لحاظ سهولت استفاده و کاربردی بودن بر مدل‌های قبلی برتری دارند.

بررسی‌های آماری به روش‌های مختلف از جمله تحلیل سری‌های زمانی، هم‌بستگی‌های خطی و غیرخطی، مدل‌های arma (ato-regresive moving average) واستفاده از توزیع‌های آماری شناخته‌شده نظیر توزیع نرمال،گامبل و پیرسون صورت گرفته است که کاربردهای وسیعی در تحلیل مسألهٔ خشکسالی و ترسالی دارند، اما در میان این روش‌ها باید مدل زنجیرهٔ مارکوف را یکی از مناسب‌ترین و کاربردی‌ترین مدل‌های پیش‌بینی آماری در علوم جوّی دانست که در سال‌های اخیر هم در پژوهش‌های خارجی و هم داخلی مورد توجه جدّی قرار گرفته است. اولین کاربرد این مدل در پیش‌بینی درازمدت متغییرهای اقلیمی می‌باشد که بر اساس آن می‌توان احتمال وقوع حادثه را بر پایهٔ داده‌های به‌دست‌آمده برآورد دقیق کرد. این زنجیره با روش‌های سادهٔ ریاضی (مانند ضرب ماتریس‌ها)، حلّ احتمالات مربوط به فرایندهای وابسته را بسیار آسان نموده است؛ به همین دلیل کاربردهای وسیعی از جمله پیش‌بینی‌های دوره‌های تر و خشکسالی در اقلیم‌شناسی دارد. توجه به روزهای خشک و دوره‌های خشکسالی در مطالعات پرشمار و از جنبه‌های متعدد مورد توجه است.

برای مثال(غیور و مسعودیان، ۱۳۷۶: ۲۳؛ کمالی و خزانه‌داری، ۱۳۸۱: ۴۵؛ کاویانی، ۱۳۸۰: ۷۶؛ هدایتی دزفولی، ۱۳۸۴: ۵۶ و صداقت کردار و فتاحی، ۱۳۸۷: ۱۲) در مورد تحلیل‌های زمانی – مکانی بارش‌ها، شاخص‌های خشکسالی و وضعیت پیش‌آگاهی خشکسالی‌ها برای مناطقی از ایران مطالعه کرده‌اند؛ ولی توجه به خشکسالی‌ها و ترسالی‌ها با استفاده از قوانین و مدل‌های احتمالات و روش‌های آماری از دقت نظر بیشتری برای برنامه‌ریزان برخوردار می‌باشد.به‌عنوان مثال(برگر و گوسنس[1]، ۱۹۸۳: ۱۲۳) در مورد تداوم دوره‌های خشک و تر مناطقی از بلغارستان بر اساس زنجیرهٔ مارکوف به این نتیجه رسیده‌اند که دقت مدل مارکوف در پیش‌آگاهی از دوره‌های خشکی بیش از سایر روش‌های آماری بوده است.

سابرامانیام[2] و همکاران، در سواحل آندهرا واقع در هندوستان با استفاده از مدل زنجیره‌ای مارکوف، بازدهی محصول را در ارتباط با تغییرات بارندگی بررسی کرده و به نتایج قابل توجهی رسیده‌اند (۱۹۸۶: ۱۲۳). کلارک و کاراس[3]، در مورد روابط تحلیلی بین بارش و رواناب در حوضهٔ آبریز برای یک مدل توزیع احتمال بررسی کرده‌اند و مدل توزیع احتمال شرطی (زنجیره مارکوف) را برای نشان دادن چگونگی توالی بارش و پتانسیل تبخیر و تعرّق در عرض‌های جغرافیایی مختلف به‌کارگرفتند (۱۹۸۹: ۴۵). آرام و همکاران، در برآورد بازده مراتع با روش‌های مختلف بهره‌برداری از مدل زنجیره‌ای مارکوف بهره گرفته و آشکار ساختند که بارندگی در دوره‌های خشک و مرطوب بر روی تعداد دام‌ها و چگونگی چرای مراتع تأثیرگذار است (۱۳۸۹ : ۸). تان و یل ماز[4]، بر روی آزمون همگنی داده‌ها (۲۰۰۲: ۸۹)؛ جعفری بهی بر روی احتمالات پیشامدهای متوالی روزهای خشک و تر با آستانه ۰/۱ میلی‌متر در روز از مدل زنجیرهٔ مارکوف بهره گرفته و توانسته است به پیش‌آگاهی خشکی‌ها نایل آید. او به این نتیجه رسید که داده‌های بارندگی روزانه ایستگاه‌های بوشهر، شیراز، اصفهان، کرج و بندر انزلی شرایط برازش مناسبی بر زنجیرهٔ مارکوف مرتبه اول داشته‌اند(۱۳۸۷: ۴۵). بنابراین می‌توان اذعان نمود که مدل مارکوف از دقت و کارایی بهتری در مورد پیش‌آگاهی از دوره‌های خشکی و ترسالی دارد. علاوه بر این جین و آگراول[5]

1. Berger& Goossen
2. Subramaniam
3. Clarke & Karas
4. Tan & Yilmaz
5. Jain & Agrawal

(۱۹۹۲: ۸۹)، الفکی و افرنیک[1] (۱۹۹۶: ۹۰) نیز برای پیش‌بینی عمق آب‌های زیرزمینی در ماه‌های مختلف و مقدار بارش از مدل زنجیرهٔ مارکوف استفاده کرده و دقت آن را با واقعیت خیلی بالا آزمودند. به‌غیر از مسألهٔ خشکی که جزء ذاتی اقلیم منطقه‌ای نظیر ایران است، وقوع پدیدهٔ خشکسالی نیز در نواحی دیگر ایران چون خراسان محتمل است. در سال‌های اخیر به دلیل تداوم دوره‌های خشکسالی و نیز افزایش تعداد وقوع خشکسالی‌ها این پدیده مورد توجه جدّی قرار گرفته است (حقیقت‌جو، ۱۳۸۱: ۲۷). آنچه مسلم است، یکی از ویژگی‌های بارندگی در مشهد، نوسانات شدید آن به‌ویژه طی دوره‌های خشکسالی است که در مقیاس‌های ماهانه، فصلی و سالانه رخ می‌دهد و در نتیجه بخش‌های کشاورزی و منابع آب را با آسیب‌دیدگی مواجه ساخته است. به‌وسیلهٔ مدل‌سازی بارش بر اساس زنجیرهٔ مارکوف در دو وضعیت خشک و تر می‌توان تقسیمات جداگانهٔ جدیدی را مطرح کرد. هرگونه شناخت و آگاهی از توزیع احتمال بارش به صورت فصلی و سالانه در منطقه، می‌تواند به پیش‌بینی دقیق‌تری از دوره‌های خشکسالی و ترسالی بی‌انجامد.

سؤال اصلی این تحقیق این است که احتمال دوره‌های خشکسالی یا ترسالی بر اساس یک دورهٔ ۳۰ سالهٔ گذشته چند درصد است؟ با استفاده از زنجیرهٔ مارکوف به‌عنوان یک مدل کارآمد آماری می‌توان آشکارسازی احتمال دوره‌های خشک و تر را به‌طور سالانه وفصلی تعیین نمود تا مورد استفادهٔ برنامه‌ریزان قرار گیرد. زنجیرهٔ مارکوف حالتی خاص از مدل‌هایی است که در آن‌ها حالت کنونی یک سیستم به حالات قبلی آن بستگی دارد. در تعیین حالت سیستم با استفاده از این مدل باید دو عامل را مشخص کرد که عبارت‌اند از : حالت سیستم در زمان مشخص و احتمالات تغییر حالت خاص به حالت‌های ممکن دیگر، که اصطلاحاً به آن احتمالات گذار می‌گویند (مؤمنی، ۱۳۸۴: ۱۳۵). اگر مجموعهٔ حالات ممکن در زنجیرهٔ مارکوف محدود باشد، می‌توان یک ماتریس مربعی p را تشکیل داد. این ماتریس، یک ماتریس مربع با عناصر $Pij(t)$ می‌باشد و به صورت زیر بیان می‌شود:

$$Pij(t) = P[x(t) = j / x(t-1) = i] = \frac{P[x(t-1) = I, x(t) = j]}{P[x(t-1) = I]}$$

1. Elfeki & Uffrink

برای تمام جفت‌های *i* و *j*، زنجیره ممکن است از حالت i در زمان *t-1* به حالت *r* و... و۳و۲و*۱* = *j* در زمان *t* تغییر یابد، بنابراین با معلوم بودن وضعیت در زمان *t-1* احتمالات انتقال متناظر در زمان *t* با *pi* و pir و... و *pir* نمایش داده می‌شود:

$$\sum_{j=1}^{r} pij(t) = 1 \qquad j = 1,2,3,....,r$$

چنانچه ماتریس احتمال انتقال *p(t)* وابسته به زمان نباشد زنجیرهٔ مارکوف را ایستا[1] یا همگن گویند، در این حالت می‌توان از علایم *p* و *pij* به جای *p(t)* و *pij(t)* استفاده کرد (Maidment, 1998: 162) ماتریس احتمال انتقال به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ : \\ r \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 0 & 1 & 2 & \ldots\ r \end{array} \\ \begin{bmatrix} P_{00}, P_{01}, P_{02} \ldots . P_{0r} \\ P_{10}, P_{11}, P_{12} \ldots . P_{1r} \\ P_{20}, P_{21}, P_{22} \ldots . P_{2r} \\ \vdots \\ P_{r0}, P_{r1}, P_{r2} \ldots . P_{rr} \end{bmatrix} \end{array}$$

عناصر قطر اصلی ماتریس، بیانگر پایداری هر وضعیت است (میامئی، ۱۳۸۵). ماتریس احتمال انتقال زنجیرهٔ مارکوف دو وضعیتی به صورت زیر قابل تعریف است:

$$\begin{array}{c} \\ W \\ D \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} W & D \end{array} \\ \begin{bmatrix} P_{WW} \ldots\ldots & P_{WD} \\ P_{DW} \ldots\ldots & P_{DD} \end{bmatrix} \end{array}$$

P_{WW} = احتمال وقوع یک سال مرطوب مشروط بر آنکه سال قبل از آن نیز مرطوب باشد.

P_{WD} = احتمال وقوع یک سال خشک مشروط بر آنکه سال قبل از آن مرطوب باشد.

P_{DD} = احتمال وقوع یک سال خشک مشروط بر آنکه سال قبل از آن خشک باشد.

P_{DW} = احتمال وقوع یک سال مرطوب مشروط بر آنکه سال قبل از آن خشک باشد.

1. Stationary

۲- روش تحقیق

تحقیق حاضر به روش تحلیلی و وابسته به روش‌های آمار کاربردی است که از مدل زنجیرهٔ مارکوف برای داده‌های بارش ایستگاه مشهد استفاده شده است. شیوهٔ تحقیق حالت استقرایی دارد، به‌طوری‌که با به‌کارگیری روش‌های آماری در یک منطقه می‌توان نتایج را به سایر نواحی مشابه تعمیم داد. با استفاده از همگن‌کردن و نرمالیزه‌کردن داده‌های بارندگی ایستگاه مشهد و نیز با به‌کارگیری مدل زنجیره‌ای مارکوف می‌توان وضعیت‌های بین خشکسالی و ترسالی را تعیین کرد. در این روش متغیرها به گونه‌ای در نظر گرفته می‌شوند که زمان یا دوره‌های زمانی بارندگی به عنوان یک متغیر مستقل ($X1$) و مقادیر بارندگی (سالانه و فصلی) متغیر تابع ($X2$)در نظر گرفته شده‌اند. آستانه‌ها در این پژوهش بر پایهٔ میانگین و انحراف معیار بارندگی سالانه و فصلی بوده و محاسبات از طریق نرم افزارهای SPSS و Minatab انجام شده که دقت تحقیق را افزایش می‌دهد. نمادهای این آستانه‌ها بر پایهٔ محاسبهٔ میانگین و ارتباط آن با انحراف استاندارد بارش برای هر یک از طبقات آب و هوایی تعیین شده است. به طورکلی مراحل تحقیق را می‌توان به صورت زیر خلاصه نمود:

- ابتدا داده‌ها و اطلاعات بارندگی ایستگاه مشهد طی سی سال، تهیه و طبقه‌بندی شده و همگنی و آزمون نرمالیزه شدن آن‌ها انجام شد و مشخص گردید که داده‌ها نرمال هستند. سپس از طریق نرم‌افزارهای آماری جداول، طبقه‌بندی داده‌ها انجام شد و محاسبهٔ پارامترهای آماری مانند میانگین (X□) و انحراف استاندارد (δ) (Asymp.sig ؛ Kolmogorov – Smirno V.Z) آن‌ها در این محیط‌های نرم‌افزاری انجام شد و جداول نهایی به‌دست‌آمد.

- در مرحلهٔ دوم، آستانه‌های بارشی و یا نمادهای اقلیمی بر اساس میانگین و انحراف معیار بارش تعیین شد که شامل پنج آستانه (خشک، نیمه‌خشک، معتدل، نیمه‌مرطوب و مرطوب) بودند و با استفاده از زنجیرهٔ مارکوف، داده‌ها مورد آنالیز قرار گرفتند و جداول آنها به منظور تهیهٔ ماتریس احتمال به‌دست آمدند.

- برای محاسبهٔ ماتریس احتمال مارکوف و محاسبهٔ احتمالات حالت پایدار (درازمدت) مقدار بارندگی چون در حالت ایستا، ضرب بردار حالت در ماتریس گذار برابر بردار حالت خواهد شد که به آن بردار تثبیتی منحصر به فرد می‌گویند و به این ترتیب خواهد بود:

$$\Pi P = \Pi$$

$$\Pi = (\Pi_1 \Pi_2 \ldots \Pi_n)$$

در نتیجه، طی این مرحله مقادیر احتمال وضعیت‌های مختلف مقادیر بارشی برای ایستگاه مشهد به‌دست آمد، یعنی احتمال وضعیت خشک ۰/۱۶۴۷ و برای حالات دیگر بارشی نیز این احتمال تعیین و محاسبه شد. این محاسبات هم برای بارش سالانه و هم برای بارش فصلی در منطقه انجام و جداول نهایی آن‌ها تنظیم و محاسبه شد.

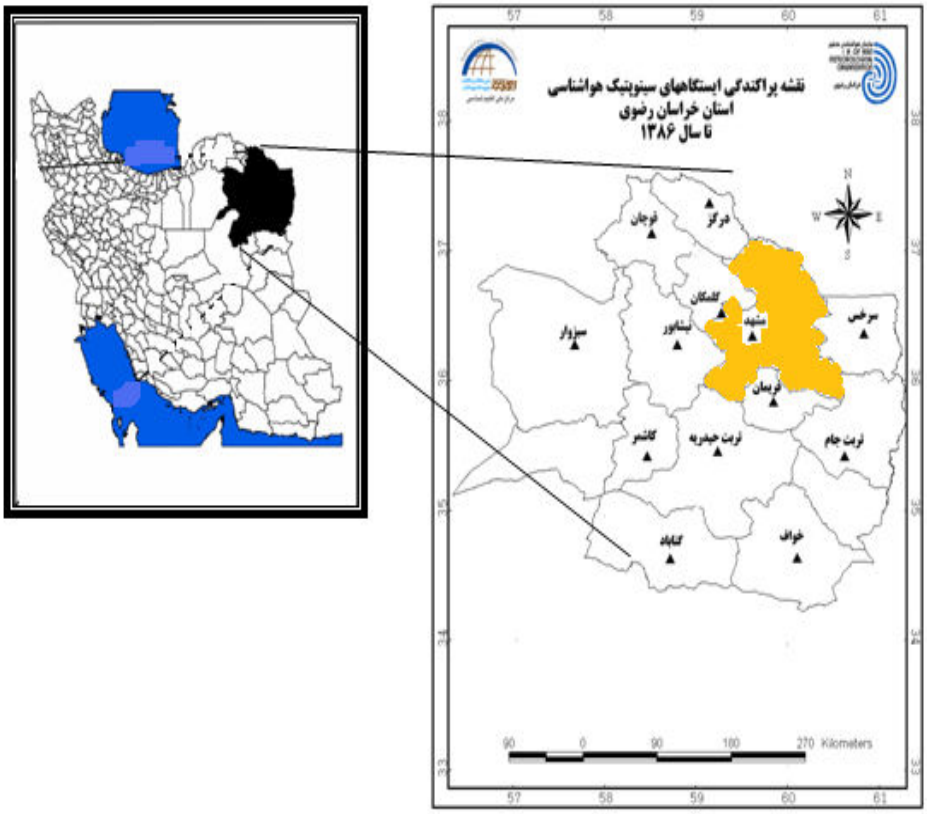
- در مرحلهٔ نهایی، احتمال گذار زنجیرهٔ مارکوف برای بارش سالانه و فصول بهار، پاییز و زمستان تعیین و نتایج وضعیت‌های مختلف و احتمال آن‌ها تعیین و محاسبه شد و منحنی‌های آن‌ها از طریق نرم‌افزار SPSS و Minitab ترسیم شدند. از آنجا که در فصل تابستان مقادیر بارشی بسیار ناچیز و در حدّ صفر بوده است. بنابراین محاسبهٔ احتمال بارش فصل تابستان معنادار نبوده و از محاسبه حذف شد.(علیجانی و همکاران، ۵۴:۱۳۸۸ ؛ حبیبی نوخندان و همکاران، ۴۵:۱۳۸۷) نیز بارش‌های تابستانه را در حدّ ناچیز قابل اغماض دانسته‌اند.

۲-۱- جامعهٔ آماری و قلمرو پژوهش

در تحقیق حاضر، زمان به عنوان یک متغیّر مستقل بوده که همان دوره‌های آماری به صورت سالانه و فصلی است و مقادیر بارش سالانه و فصلی از ایستگاه مشهد به عنوان متغیر تابع در نظر گرفته شده است. جامعهٔ آماری این تحقیق آمار سی‌سالهٔ بارندگی است که هم به صورت بارش سالانه[1] و هم به صورت بارش فصلی[2] در نظر گرفته شده است. مدت دورهٔ آماری سال‌های ۲۰۰۶ ـ ۱۹۷۷ میلادی بوده که در این دورهٔ آمار متغیر بارندگی موجود و قابل دسترس بوده است. داده‌های ایستگاه هواشناسی مشهد از نوع داده‌های سینوپتیکی بوده که به صورت خودکار ثبت شده و از دقت بالاتری نسبت به ایستگاه‌های کلیماتولوژی برخوردار است. داده‌های ماهانه به صورت استانداردهای بین‌المللی از ژانویه شروع و در دسامبر خاتمه می‌یابد. (شکل ۱)

1. Pymm
2. Psmm

شکل ۱: موقعیت ایستگاه سینوپتیک مشهد در استان خراسان رضوی

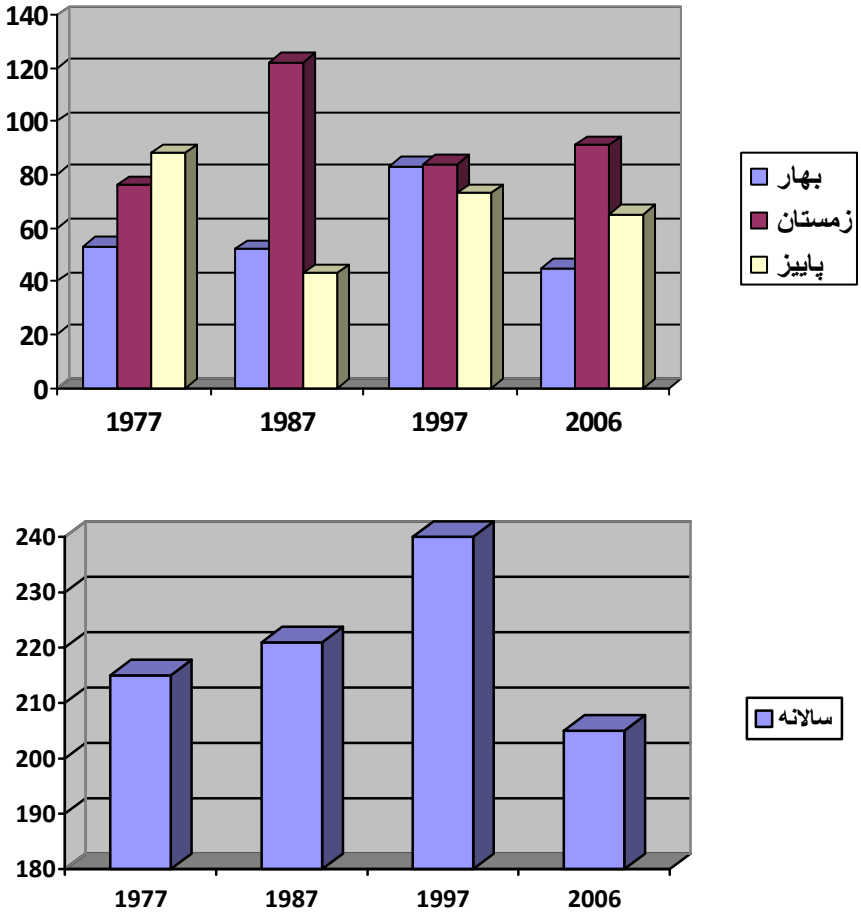


۳- یافته‌های تحقیق

۳-۱- محاسبهٔ میانگین، انحراف معیار بارندگی سالانه و فصلی و تست (کولموگورف-اسمیرونوف)

مجموع مقادیر بارش سالانه طی سی سال دورهٔ آماری (۲۰۰۶ ـ ۱۹۷۷) در ایستگاه هواشناسی مشهد طبق (شکل ۲) طبقه‌بندی و بر مبنای سال وقوع بارش آورده شده است. مجموع بارش سالانه به میلی‌متر بوده و مقدار میانگین بارش سالانه محاسبه شده است. هم‌چنان‌که ملاحظه می‌شود، بالاترین مقدار بارندگی سالانه منطقه برابر ۴۰۰/۵ میلی‌متر در سال ۱۹۸۲ و پایین‌ترین مقدار بارش سالانه ۱۴۳/۶ میلی‌متر در سال ۲۰۰۱ میلادی رخ داده است.

شکل۲: تغییرات بارش سالانه و فصلی مشهد طی دورهٔ آماری (به میلی‌متر)



۳-۲- تحلیل ماتریس‌های حاصل از بارندگی سالانه و فصلی بر اساس مدل مارکوف و توزیع نرمال

پس از محاسبات میانگین و انحراف معیار بارندگی ایستگاه مشهد و نیز برازش دادن آن‌ها بر توزیع نرمال، ابتدا طبقات اقلیمی یاد شده بین وضعیت خشک (D) و وضعیت مرطوب (W) مشخص شد. به عبارت ساده بازه‌های بین D و W در مدل مارکوف بایستی مشخص شده و حالات یا وضعیت‌های آن‌ها از نظر اقلیمی تعیین شدند. به این منظور با توجه به مقدار $\overline{P}$ و δ ، بارندگی ایستگاه مشهد حدود

بازه‌ها تعیین و محاسبه شدند. این آستانه‌ها بر پایهٔ میانگین و انحراف استاندارد بارندگی سالانه محاسبه شده‌اند. بنابراین با توجه به وضعیت بارندگی ایستگاه مشهد، (بارش سالانه و فصلی) به پنج طبقهٔ خشک، نیمه‌خشک، معتدل، نیمه‌مرطوب و مرطوب تقسیم شده است(جدول ۱).

جدول ۱: طبقه‌بندی بارندگی سالانه و فصلی مشهد در ۵ گروه انتخابی (آستانه‌های بین D و W)

نمادهای مورد استفاده	حدود بارش	مقدار بارندگی سالانه (میلی‌متر)	مقدار بارندگی زمستان (میلی‌متر)	مقدار بارندگی پاییز (میلی‌متر)	مقدار بارندگی بهار (میلی‌متر)
خشک	$< P - \sigma$	< ۱۹۵	<۹۰	<۱۲۷	< ۲۵
نیمه خشک	$P + \sigma$ و $P - \sigma$	۱۹۵ – ۲۶۰	۹۰ – ۱۳۰	۲۷ – ۵۲	۲۵ – ۷۵
معتدل	$P + 2\sigma$ و $P + \sigma$	۲۶۰ – ۳۳۰	۱۳۰ – ۱۷۰	۵۲ – ۷۷	۷۵ – ۱۲۵
نیمه مرطوب	$P + 3\sigma$ و $P + 2\sigma$	۳۳۰ – ۴۰۰	۱۷۰ – ۲۱۰	۷۷ – ۱۰۲	۱۲۵ – ۱۷۵
مرطوب	$> P + 3\sigma$	> ۴۰۰	> ۲۱۰	> ۱۰۲	> ۱۷۵

برای تحلیل زنجیرهٔ مارکوف فرض می‌کنیم که مقدار بارندگی در یک سال معیّن فقط بستگی به مقدار بارندگی سال قبل دارد. با توجه به مطلب فوق یک ماتریس ۵×۵ به نام ماتریس احتمال گذار تشکیل شد که درایه‌های هر یک مربوط به احتمال تغییر وضعیت از حالتی به حالت دیگر است. مثلاً درایه‌های سطر اول ماتریس هر کدام از چپ به راست احتمال این که مقدار بارندگی از خشک به یکی از حالت‌های خشک، نیمه خشک، معتدل، نیمه مرطوب و مرطوب تغییر کند را بیان می‌کند.

(جدول ۲) به عنوان نمونهٔ ماتریس احتمال منظم گذار زنجیرهٔ مارکوف را برای بارندگی سالانه نشان می‌دهد که از طریق بررسی‌های عینی بارش و شمارش حالات متناظر معیّن شده است.

جدول۲: ماتریس احتمال گذار مقادیر بارندگی سالانه ایستگاه مشهد

$$T = \begin{pmatrix} ۰ & ۰/۲ & ۰/۲ & ۰/۴ & ۰/۲ \\ ۰ & ۰/۱۸۱۸ & ۰/۳۶۳۶ & ۰/۲۷۲۷ & ۰/۱۸۱۸ \\ ۰ & ۰ & ۰/۳۷۵ & ۰/۵ & ۰/۱۲۵ \\ ۰/۲ & ۰/۴ & ۰ & ۰ /۲ & ۰/۲ \\ ۰ & ۰ & ۱ & ۰ & ۰ \end{pmatrix}$$

برای محاسبهٔ احتمالات حالت پایدار(درازمدت) مقدار بارندگی، چون در حالت ایستا ضرب بردار حالت در ماتریس گذار برابر بردار حالت خواهد شد که به آن بردار تثبیتی منحصر به فرد گویند(ارشقی، ۲۲۵:۱۳۷۶) یعنی :

$$\Pi P = \Pi$$

در نتیجه جدول زیر به‌دست می‌آید که احتمالات وضعیت‌های مختلف مقادیر بارندگی سالانه را در ایستگاه مشهد با استفاده از زنجیره مارکوف نشان می‌دهد.

جدول۳: محاسبهٔ احتمالات شرایط مختلف اقلیمی با مقادیر بارش سالانه بر اساس مدل زنجیرهٔ مارکوف

وضعیت مقدار بارندگی	خشک	نیمه خشک	معتدل	نیمه مرطوب	مرطوب
احتمال	۰/۱۶۴۷	۰/۳۴۲۳	۰/۳۰۲۷	۰/۱۵۸۶	۰/۰۳۱۷

محاسبه : نگارندگان

از(جدول۳) می‌توان نتیجه گرفت که در درازمدت احتمال خشکسالی‌ها (یعنی مجموع احتمالات مربوط به وضعیت خشک و نیمه خشک)، ۵۰/۷ درصد و احتمال وقوع ترسالی‌ها، یعنی مجموع احتمالات مربوط به نیمه‌مرطوب و مرطوب، ۱۹درصد می‌باشد و در نتیجه بقیه مواقع، یعنی در ۳۰/۳ درصد اوقات، شرایط معتدل (شرایط بارندگی متوسط) حاکم است.

در ادامه با آزمون χ^2 امکان برازش بارندگی سالانه بر توزیع نرمال مورد بررسی قرار گرفت و نتیجهٔ به‌دست آمده این گونه بود که سری زمانی مشاهدات مقادیر بارندگی سالانه ایستگاه مشهد بر توزیع نرمال تطابق دارد.

با توجه به نرمال‌بودن داده‌های بارش سالانه و مدل برازش داده شده بـه سـری زمـانی مشـاهدات، مقادیر پیش‌بینی‌شده به‌دست آمد و با استفاده از توزیع چگالی نرمـال، احتمـال وضـعیت‌هـای مختلـف مقادیر بارندگی سالانه ایستگاه مشهد برای طبقه‌بندی پنج‌گانه به صورت زیر به‌دست آمده است.

جدول۴: محاسبهٔ احتمالات شرایط مختلف اقلیمی(مقادیر بارش سالانه) بر اساس توزیع نرمال

وضعیت مقدار بارندگی	خشک	نیمه‌خشک	معتدل	نیمه‌مرطوب	مرطوب
احتمال	۰/۰۷۲۲	۰/۳۸۴	۰/۴۵۳۷	۰/۰۸۷۳	۰/۰۰۲۸

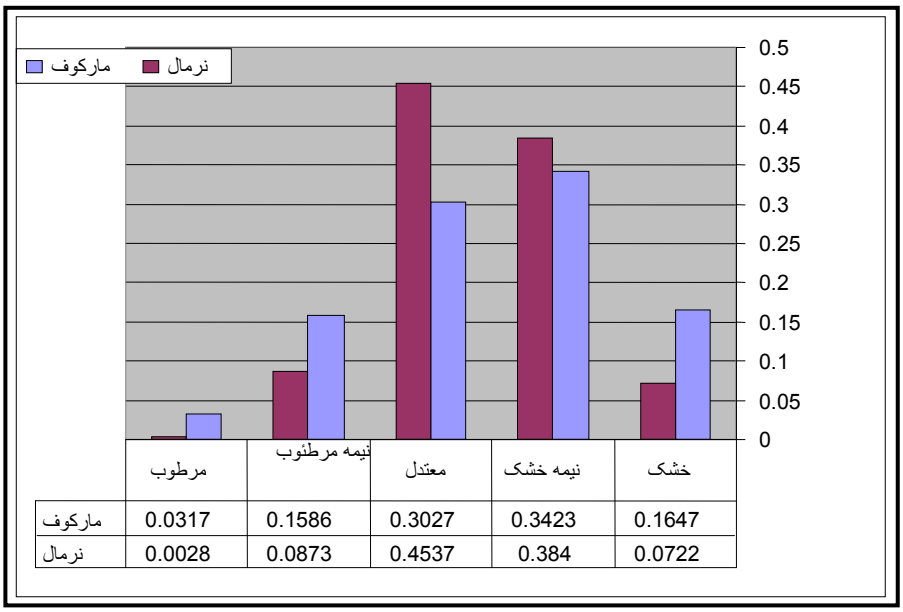
از (جدول ۴) می‌توان نتیجه گرفت که در درازمدت احتمال وقـوع خشکسـالی‌هـا ۴۵/۶ درصـد و احتمال وقوع ترسالی‌ها ۹ درصد و احتمال بارندگی متوسط(شرایط معتدل) ۴۵/۴ درصد است.

جدول ۵: مقایسهٔ نتایج محاسبات احتمال وضعیت‌های اقلیمی مختلف از زنجیرهٔ مارکوف و توزیع نرمال

توزیع نرمال	زنجیرهٔ مارکوف	آستانه‌ها
۰/۰۷۲۲	۰/۱۶۴۷	خشک
۰/۳۸۴	۰/۳۴۲۳	نیمه‌خشک
۰/۴۵۳۷	۰/۳۰۲۷	معتدل
۰/۰۸۷۳	۰/۱۵۸۶	نیمه‌مرطوب
۰/۰۰۲۸	۰/۰۳۱۷	مرطوب

محاسبه در محیط spss

شکل ۳: مقایسهٔ احتمال وضعیت‌های اقلیمی مشهد بر اساس زنجیرهٔ مارکوف و توزیع نرمال



روشی مشابه آنچه در مورد بارندگی سالانهٔ مشهد صورت گرفت، بردارهای منحصر به‌فرد تثبیتی بارندگی‌های فصول پاییز، زمستان و بهار به کمک زنجیرهٔ مارکوف و به تفکیک درایه‌های پنج‌گانه محاسبه شد و نتایج آن در (جدول ۶) آورده شده است.

جدول ۶: نتایج محاسبات احتمالات مقادیر بارش فصلی در وضعیت‌ها یا آستانه‌های مختلف به روش زنجیرهٔ مارکوف

فصول	خشک	نیمه‌خشک	معتدل	نیمه‌مرطوب	مرطوب
احتمال پاییز	۰/۲۴۳۲	۰/۳۲۰۱۷	۰/۲۷۱۹	۰/۱۳۰۷۱	۰/۰۳۳۹۹
احتمال زمستان	۰/۱۵۵۴۶	۰/۳۲۸۶	۰/۳۲۱۹	۰/۱۵۴۵۸	۰/۰۳۹۴۳۲
احتمال بهار	۰/۰۹۹۸	۰/۴۹۹۲	۰/۱۹۹۷	۰/۱۶۷۸	۰/۰۳۳۵۵

مأخذ: نگارندگان

مقادیر آزمون‌های K^2 سالانه و فصلی مقادیر بارشی محاسبه شد و در تمامی موارد مشخص گردید که سری زمانی مشاهدات مقادیر بارندگی بر توزیع نرمال مطابقت دارند. بنابراین با توجه به نرمال بودن

داده‌های بارشی، هم به صورت سالانه و هم به صورت فصلی و مدل برازش داده شده به سری زمانی آن-ها(مشاهدات) مقادیر پیش‌بینی‌شده به‌دست آمد و با استفاده از توزیع چگالی نرمال، احتمال وضعیت‌های مختلف (آستانه‌های مقادیر بارشی) محاسبه شد.

۴- نتیجه‌گیری

بر اساس محاسبات انجام شده و نتایج به‌دست‌آمده از مدل مارکوف مشخص شد که اولاً، احتمال خشکسالی‌ها (یعنی مجموع احتمالات حالات خشک و نیمه‌خشک) برای منطقه ۵۰/۷ درصد به‌طور سالانه و احتمال وقوع ترسالی‌ها فقط ۱۹درصد است و در بقیهٔ موارد یعنی ۳۰/۳ درصد، شرایط نرمال یا بارش متوسط حاکم خواهد بود.

از نظر فصلی بر اساس(جدول ۷) در دراز مدت احتمال وقوع خشکسالی‌ها در فصول پاییز، زمستان و بهار به ترتیب ۵۶/۷، ۴۶ و ۴۷/۶ درصد می‌باشد، درحالی‌که احتمال وقوع ترسالی‌ها در این فصول به ترتیب ۲/۷، ۶/۲ و ۶/۱ درصد خواهد بود. از این نظر احتمال بروز دوره‌های خشکسالی بیشتر می‌باشد و این مسأله ضرورت برنامه‌ریزی را بیشتر می‌کند.

جدول۷ : احتمالات وضعیت‌ها یا آستانه‌های مختلف بارندگی سالانه و فصلی به کمک توزیع نرمال

آستانه ها	خشک	نیمه‌خشک	معتدل	نیمه‌مرطوب	مرطوب
بارش سالانه	۰/۰۷۲۲	۰/۳۸۴	۰/۴۵۳۷	۰/۰۸۷۳	۰/۰۰۲۸
احتمال پاییز	۰/۰۵۲۶	۰/۵۱۴۹	۰/۴۰۵۷	۰/۰۲۶۸	۰
احتمال زمستان	۰/۰۴۱۸	۰/۴۱۸۴	۰/۴۷۸۰	۰/۰۶۱۰	۰/۰۰۰۸
احتمال بهار	۰/۰۴۷۵	۰/۴۲۸۶	۰/۴۶۳۳	۰/۰۵۹۸	۰/۰۰۰۸

از سویی احتمالات وضعیت‌های مختلف بارش سالانه و نیز برای مقادیر بارش فصلی در دراز مدت محاسبه شد و مورد مقایسه با مقادیر بارش توزیع نرمال قرار گرفتند و با توجه به سؤال تحقیق که احتمال دوره‌های خشکسالی و ترسالی با توجه به مدل زنجیرهٔ مارکوف در منطقه تحقیق چگونه است، محاسبات آشکار می‌سازد که احتمال شرایط یا وضعیت‌های خشکسالی به‌طور سالانه نسبتاً بالا بوده و در حالت

فصلی برای فصل پاییز و بهار نیز نسبت به فصل زمستان این احتمال یعنی خشکی بیشتر است. از سوی دیگر میانگین احتمال آنکه بعد از یک سال خشک، سال بعدی نیز خشک‌تر باشد نسبتاً بالاتر است. مقادیر $x2$ محاسبه شده برای برازش داده‌های بارش سالانه وفصول پاییز، زمستان و بهار بر توزیع نرمال و زنجیرهٔ مارکوف، بیانگر معنی‌دار بودن برازش داده‌ها بر توزیع نرمال و زنجیره مارکوف است.

کتابنامه

۱. آرام و همکاران. (۱۳۸۹). بررسی تولید علوفه مراتع و پیش بینی دراز مدت آن با مدل مارکوف در زاگرس شمالی. مجله آبخیزداری، شمارهٔ ۸ تهران.

۲. ارشقی، عادل. (۱۳۷۶). تئوری و مسایل احتمالات انتشارات نی.

۳. بهنیافر، ابوالفضل، حبیبی نوخندان، مجید و دولتی، رضا. (۱۳۸۹). آثار و پیامدهای خشکسالی بر منابع آب حوضه مرکزی گناباد، مجله جغرافیای طبیعی شماره ۷ صص ۶۷-۵۳.

۴. جعفری بهی. (۱۳۸۷). تحلیل آماری دوره‌های تر و خشک بارندگی در چند نمونه اقلیمی ایران با استفاده از زنجیره مارکوف،معاونت پژوهشی دانشگاه تهران.ص۴۵.

۵. حقیقت جو، پرویز. (۱۳۸۱). کاربرد زنجیره مارکوف در بررسی احتمالات خشکسالی و تر سالی منطقه سیستان با توجه به بده رودخانه هیرمند ص۲۷.

۶. عساکره، حسین، (۱۳۸۶). تغییر اقلیم. چاپ اول زنجان: انتشارات دانشگاه زنجان.

۷. عساکره، حسین، (۱۳۸۷). «بررسی احتمال توتر و تداوم روزهای بارانی در شهر تبریز با استفاده از مدل زنجیره مارکوف». مجله تحقیقات منابع آب ایران. شماره ۱۱. سال۴. ص۱۰۶.

۸. با عقیده، محمد، علیجانی، بهلول و ضیائیان، پرویز. (۱۳۹۰). بررسی امکان استفاده از شاخص پوشش گیاهی در تحلیل خشکسالی‌های استان اصفهان مجله مطالعات جغرافیایی مناطق خشک تابستان ۱۳۹۰ صص ۱۶-۱.

۹. علیزاده، امین. (۱۳۸۵). اصول هیدرولوژی کاربردی. مشهد: انتشارات دانشگاه امام رضا (ع).

۱۰. غیور،حسنعلی؛و مسعودیان،ابوالفضل. (۱۳۷۶). «بزرگی،گستره و فراوانی خشکسالی‌ها در ایران». فصلنامه تحقیقات جغرافیایی. شماره ۴۵. ص۱۲۳.

۱۱. صداقت کردار،عبدالله؛ فتاحی،ابراهیم. (۱۳۸۷). «شاخص‌های پیش آگاهی خشکسالی در ایران». مجلّهٔ جغرافیا و توسعه. شماره ۱۱. ص۶۷.

۱۲. کاویانی،محمد رضا (۱۳۸۰). «بررسی اقلیمی شاخص‌های خشکی و خشکسالی». فصلنامه تحقیقات جغرافیایی. شماره ۶۰. ص۷۶.

۱۳. کمالی،غلامعلی؛ خزانه داری،لیلی (۱۳۸۱). «تحلیل خشکسالی اخیر مشهد با به‌کارگیری برخی از شاخص‌های خشکسالی». مجله نیوار. شماره‌های ۴۵ و۴۴.

۱۴. کهربائیان. پروین. ایرانمنش. انیس (۱۳۸۹). تحلیل آماری دوره‌های خشکسالی و ترسالی با زنجیره مارکوف و توزیع نرمال در مشهد. معاونت پژوهش و فناوری دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد. صص۶۷-۷۱.

۱۵. مؤمنی، منصور (۱۳۸۴). پژوهش عملیاتی (مدل‌های احتمالی). چاپ دوم: انتشارات مهر.

۱۶. میامئی، ابوالقاسم. (۱۳۸۵). نظریه مقدماتی احتمال و فرایندهای تصادفی. مرکز نشر دانشگاهی، تهران. ص۲۷۸.

۱۷. هدایتی دزفولی،اکرم (۱۳۸۴). «بررسی خشکسالی و روند آن در استان کهگیلو یه و بویر احمد». مجلهٔ نیوار. شماره‌های ۵۸و۵۹.

۱۸. یوسفی، نصرت‌الله (۱۳۸۶). برآور د احتمالات خشکسالی و ترسالی با زنجیره مارکوف (قزوین) مجله پژوهش‌های جغرافیایی شماره ۶.

19. Akan.a,Osman and Houghtalen ,Robert, (2005). Urban hydrology hydraulics and storm water qulity , p.9 john willy and sons, usa,

20. Azzam,s.a. and Nielsen, m. (1990). Markov chains , as shortcut method to estimate age distribations in herds of beff cattle.p.57.

21. Berger , a. and Goossens , h. (1983). Persistence of wet and dry spells at uccle (belgium) climatolo, 3,22.p.123.

22.Clarke, r. and Karas, m. (1989). Analytical relationships between rianfall and runoff. third, i has assembly baltimore.p.45.

23. Elfeki, a. and Uffrink, g. (1996). Stochastic simulation of hetergeneous giological formation using soft info. ground water qulity, remediation and protection proceeding of an international conference , prague czech republic 15-18 may.p.90.

24. Jain, r. and Agrawal, r. (1992). Probability model for crop yeid forcasting. biomet. j. 34.p.89.

25.Maidment, d. r. (1998). Handbook of hydrolog y. colorado state university.p.162.

26. Subramaniam, a. and Sanjiva, p. (1986). Dry spell sequencess in south coastal andhra, mausam 40.p.123.

27. Tan, b and yilmaz, k. (2002). Markov chain test for tim dependence and homogeneity an analytical and empirical evalution.p.89.